

DOMAĆI ZADATAK: SISTEMATIZACIJA LOGARITAMA – KREATIVNI ČAS

MIA RADOVIĆ II – H

Učenici se dijele u timove po troje. Svako dobija svoje zadatke koje treba da riješi. Kada svi učenici riješe zadatke treba da spoje trouglove na čijim su stranicama ispisani redni brojevi svih zadataka svakog člana i rješenja tih zadataka. Trouglovi se sastavljaju tako što se spajaju stranica jednog trougla sa obilježnim zadatkom određenog člana i stranica drugog trougla sa rješenjem tog zadatka.

Zadaci po članovima:

Zadaci za 1. člana

- 1) Izračunaj $10 \log_{\sqrt{2}} \log_{\sqrt{2}} \sqrt{\sqrt{\sqrt{2}}}$
- 2) Izračunaj $0,8(1 + 9^{\log_3 8})^{\log_{65} 5} + 1$
- 3) Izračunaj $\frac{\log_2 66}{\log_6 66} - \log_2 3 + 2\log_3 27$
- 4) Riješi jednačinu $\sqrt{x^{\log_2 \sqrt{x}}} = 1$.

Zadaci za 2. člana

- 1) Odredi nulu funkcije $y = 2 + \log_2 x$.
- 2) Izračunaj $\log_4 \log_{\frac{1}{3}} \frac{1}{9}$
- 3) Riješi jednačinu $\log_2(x^2 - 6x) = 3 + \log_2(1 - x)$
- 4) Odredi cjelobrojno rješenje jednačine $\log_2 x + \log_x 2 = \frac{5}{2}$.

Zadaci za 3. člana

1) Izračunaj $\sqrt{-2 \log_3 \frac{1}{9}}$

2) Odredi najmanji cijeli broj za koji je definisana funkcija

$$y = \log_2(x + 2)$$

3) Riješi jednačinu $1 + \log_3(3x - 5) = 0$.

4) Riješi jednačinu $\ln(3x + 6) - \ln(x - 5) = 0$.

Trouglovi za slaganje



RJEŠENJA ZADATAKA

Zadaci za 1. članu:

$$1) 10 \log_{\sqrt{2}} \log_{\sqrt{2}} \sqrt{\sqrt{\sqrt{2}}} = 10 \log_{2^{\frac{1}{2}}} \log_{2^{\frac{1}{2}}} 2^{\frac{1}{8}} = 10 \log_{2^{\frac{1}{2}}} \frac{1}{4} = 2 \cdot 10 \log_2 2^{-2} =$$

$$= 2 \cdot 10 \cdot (-2) = \boxed{-40}$$

$$2) 0,3 (1 + 9^{\log_3 8})^{\log_5 5} + 1 = 0,3 (1 + 3^{\log_3 8^2})^{\log_5 5} + 1 =$$

$$= 0,3 \cdot 65^{\log_5 5} + 1 = 0,3 \cdot 5 + 1 = \boxed{5}$$

$$3) \frac{\log_2 66}{\log_6 66} = \log_2 3 + 2 \log_3 2 = \log_2 6 - \log_2 3 + \log_3 (3^3)^2 =$$

$$= \log_2 2 + 6 = \boxed{7}$$

$$4) \sqrt{x^{\log_2 5x}} = 1 \quad D = (0, +\infty)$$

$$\sqrt{x^{\log_2 x^{\frac{1}{2}}}} = 1$$

$$(x^{\log_2 x^{\frac{1}{2}}})^{\frac{1}{2}} = 1$$

$$x^{\frac{1}{2} \log_2 x^{\frac{1}{2}}} = 1$$

$$x^{\log_2 x^{\frac{1}{4}}} = 1 \quad / \log_2$$

$$\log_2 x^{\frac{1}{4}} \log_2 x = \log_2 1$$

$$\frac{1}{4} \log_2^2 x = 0$$

$$\log_2^2 x = 0$$

$$\log_2 x = 0$$

$$\boxed{x = 1}$$

Zadaci za 2. članu:

$$1) \text{ nula funkcije } y = 2 + \log_2 x$$

$$0 = 2 + \log_2 x$$

$$\log_2 x = -2$$

$$x = 2^{-2} = \frac{1}{4}$$

$$\boxed{x = \frac{1}{4}}$$

$$2) \log_4 \log_{\frac{1}{3}} \frac{1}{9} = \log_4 2 = \frac{1}{2} \log_2 2 = \boxed{\frac{1}{2}}$$

$$3) \log_2(x^2 - 6x) = 3 + \log_2(1-x)$$

$$x^2 - 6x > 0$$

$$x(x-6) > 0$$

$$x_1 = 0 \quad x_2 = 6$$

$$\begin{array}{c} + \quad - \quad + \\ \hline 0 \quad 6 \\ \hline (-\infty, 0) \cup (6, +\infty) \end{array}$$

$$1-x > 0$$

$$x < 1$$

$$D = (-\infty, 0)$$

$$\log_2\left(\frac{x^2-6x}{1-x}\right) = 3$$

$$\frac{x^2-6x}{1-x} = 2^3 \cdot (1-x)$$

$$x^2 - 6x = 8(1-x)$$

$$x^2 - 6x = 8 - 8x$$

$$x^2 + 2x - 8 = 0$$

$$\boxed{x_1 = -4} \quad x_2 = 2 \notin D$$

$$4) \log_2 x + \log_x 2 = \frac{5}{2} \quad \text{-cjelobrojno rješenje}$$

$$x > 0 \quad \wedge \quad x \neq 1$$

$$D = (0, 1) \cup (1, +\infty)$$

$$\log_2 x + \frac{1}{\log_2 x} = \frac{5}{2}$$

$$\log_2 x = t$$

$$t + \frac{1}{t} = \frac{5}{2} \quad | \cdot 2t$$

$$2t^2 + 2 - 5t = 0$$

$$t_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$t_1 = \frac{1}{2}$$

1

$$t_2 = 2$$

$$\log_2 x = \frac{1}{2}$$

$$x = \sqrt{2}$$

$$\log_2 x = 2$$

$$\boxed{x = 4}$$

zadaci za 3-clana:

1) $\sqrt{-2 \log_3 \frac{1}{9}} = \sqrt{-2 \cdot (-2)} = \sqrt{4} = \boxed{2}$

2) $y = \log_2(x+2)$

$x+2 > 0$

$x > -2$

$D = (-2, +\infty)$

najmanji cijeli broj za koji je f definirana $\boxed{-1}$

3) $1 + \log_3(3x-5) = 0$

$3x-5 > 0$

$D = (\frac{5}{3}, +\infty)$

$3x > 5$

$x > \frac{5}{3}$

$\log_3(3x-5) = -1$

$3x-5 = 3^{-1}$

$3x = \frac{1}{3} + 5$

$3x = \frac{16}{3} / :3$

$\boxed{x = \frac{16}{9}}$

4) $\ln(3x+6) - \ln(x-5) = 0$

$3x+6 > 0$

$x-5 > 0$

$D = (5, +\infty)$

$x > -2$

$x > 5$

$\ln\left(\frac{3x+6}{x-5}\right) = 0$

$\frac{3x+6}{x-5} = 1 / \cdot (x-5)$

$3x+6 = x-5$

$2x = -11$

$x = -\frac{11}{2} \notin D$

$\boxed{\text{nema rjesenja}}$

